
*Zusammenfassung***Bayesianische Vektorautoregressive Modelle zur
Prognose von Aktienrenditen***Peter Lückoff*

Die Prognosefähigkeit von Wertpapierrenditen stellt eine der zentralen Fragestellungen im Bereich Finance dar. Aktives Portfoliomanagement ist nur dann sinnvoll, wenn zukünftige Renditen erfolgreich prognostiziert werden können. Andernfalls ist ein Abweichen der Portfoliogewichtung von der jeweiligen Benchmark nicht gerechtfertigt. Darüber hinaus weist die obige Frage hohe Relevanz für die Diskussion der Markteffizienz-Hypothese auf.

In der vorliegenden Arbeit wird die Prognosefähigkeit von Renditen am Aktienmarkt mit einem für diesen Bereich neuartigen Ansatz untersucht: Bayesianische Vektorautoregressive (BVAR-) Modelle. Bisher wurden BVAR-Modelle primär zur Prognose von Makrovariablen genutzt.¹ Aufgrund ihrer günstigen Eigenschaften stellen sie insbesondere für Out-of-sample-Prognosen von Aktienrenditen eine Erfolg versprechende Alternative zu den klassischen Modellen gemäß des *Frequentist*-Ansatzes dar. Im theoretischen Teil der Arbeit werden sowohl finanzierungstheoretisch als auch statistisch die Anforderungen an ein Prognosemodell für Aktienrenditen herausgearbeitet. Das resultierende BVAR-Modell wird im empirischen Teil der Arbeit einem ausführlichen Test bezüglich der Prognosegüte für den deutschen Aktienmarkt unterzogen.

Da für entwickelte Aktienmärkte wie dem deutschen oder US-amerikanischen Markt ein relativ hoher Effizienzgrad zu erwarten ist, wird zunächst theoretisch abgeleitet, ob auf effizienten Märkten überhaupt eine Renditeprognose möglich ist. Zeitlich variierende erwartete Renditen stellen dabei einen möglichen Ansatz dar, die Theorie effizienter Märkte mit einer erfolgreichen Prognose von Aktienrenditen zu vereinen.² Dieser Diskussion folgend werden einige einfachere statistische Prognoseverfahren dargestellt, welche einerseits als Benchmark und andererseits häufig als Basis für höher entwickelte Modelle dienen. Zusätzlich wird auf empirische Ergebnisse dieser Modelle eingegangen, die auf einen schwachen Grad an Prognosefähigkeit schließen lassen, welche nicht vollständig über Marktstruktur-Effekte erklärt werden kann. Aus diesem Abschnitt ergibt sich, dass insbesondere die Kreuzkorrelation (Lead-Lag-Effekte) sowie die Zeitvariabilität der Renditen bei der Prognose berücksichtigt werden müssen.

¹ Vgl. u. a. LITTMAN (1984, 1986), LESAGE und MAGURA (1991), PARTRIDGE und RICKMAN (1998).

² Vgl. u. a. CREMERS (2002) sowie TIMMERMANN und GRANGER (2004).

In der Literatur zu Renditeprognosen haben univariate Regressionsmodelle eine weite Verbreitung gefunden, weshalb in einem weiteren Abschnitt auf diese Ansätze eingegangen wird.³ In den meisten Fällen werden als erklärende Variablen makroökonomische Größen genutzt. Aktuell stehen diese Ansätze aufgrund diverser statistischer Mängel in der Kritik.⁴ Dazu zählen die Verletzung der Annahmen des stochastischen Teils, ein Small-Sample-Bias, das Problem einer Scheinregression (spurious regression) sowie Verzerrungen aufgrund von Data Mining und der Wahl der Stichprobe. Ergänzend kommt Modellunsicherheit hinzu, da die einzelnen Studien jeweils andere Variablen, wie z. B. verschiedene Zinsgrößen oder die Dividendenrendite, als gute Prediktoren identifizieren. Es kann also weder theoretisch noch empirisch abgeleitet werden, welche Variablen sich am besten zur Prognose von Aktienrenditen eignen. In der Literatur wird eine Vielzahl an Lösungsmöglichkeiten für diese Probleme diskutiert, wobei in der vorliegenden Arbeit BVAR-Modelle als innovative Lösung fokussiert werden, da sie einige der sich gegenseitig beeinflussenden statistischen Schwächen simultan beheben können.

Zur Fundierung des BVAR-Ansatz auch von finanzierungstheoretischer Seite her wird der dynamische Dividendenbarwert-Ansatz nach CAMPBELL (1991) hergeleitet. Dieser berücksichtigt sowohl zeitvariable Dividenden als auch zeitvariable erwartete Renditen. Die resultierende nicht-lineare Bewertungsgleichung kann über eine TAYLOR-Reihenentwicklung in eine log-lineare Approximation überführt werden, die sich als Vektorausregressives (VAR-) Modell darstellen lässt. Dieses Modell wird durch die Aufnahme von fundamentalen Variablen auf Unternehmens- und Makroebene erweitert, welche den Verlauf des Dividendenprozesses und der von den Anlegern geforderten Renditen abbilden.

Im methodischen Teil der Arbeit wird zunächst der Bayesianische Ansatz vorgestellt, bevor dieser auf VAR-Modelle übertragen wird. Ein Vorteil der BVAR-Modelle ist, dass Prior-Informationen bezüglich der Koeffizienten berücksichtigt werden können. Die Wahl der Variablen bzw. der Laglänge folgt keinem „All-or-nothing“-Ansatz, sondern die Unsicherheit bezüglich der Aufnahme bestimmter Variablen bzw. Lags wird explizit modelliert. So kann den Variablen, bei denen man relativ sicher ist, dass sie Aktienrenditen vorhersagen können, ein höheres Gewicht in dem Modell beigemessen werden als Variablen, bei denen der Erklärungsgehalt eher fraglich ist. Dennoch können Letztere ohne einen deutlichen Verlust an Freiheitsgraden in das Modell aufgenommen werden. Neben dieser Modellunsicherheit, d. h. der Wahl der „richtigen“ Variablen, berücksichtigt der BVAR-Ansatz auch die Parameterunsicherheit (Schätzrisiko). Die Koeffizienten des Modells werden als Zufallsvariablen aufgefasst und an Stelle klassischer Punktschätzer resultiert die Posterior-Verteilung der Koeffizienten bzw. bei der Prognose eine komplet-

³ Vgl. u. a. CHEN et al. (1986), FAMA und FRENCH (1989), FERSON (1990), GOETZMANN und JORION (1993), PESARAN und TIMMERMANN (1995) sowie FERSON und HARVEY (1999).

⁴ Vgl. u. a. FERSON et al. (2003a, b).

te Verteilung der zukünftigen Renditen. Aus dieser Parameterunsicherheit ergeben sich wichtige Erkenntnisse für die optimale Asset-Allokation, da nicht nur das Risiko des Renditeverlaufes selbst, sondern auch das Risiko einer falschen Prognose der unterschiedlichen Assets explizit modelliert wird. Weiter sind BVAR-Modelle in der Lage, eine große Anzahl an Variablen zu verarbeiten, ohne dass die Gefahr des *overfitting* besteht. Ebenso wird laut TIMMERMANN und GRANGER (2004) die Zeitvariabilität des Aktienmarktes geeignet abgebildet.

Nachdem die theoretischen Vorzüge des BVAR-Ansatzes abgeleitet wurden, wird die Prognosegüte des BVAR-Modells als einer Art Hypermodell im empirischen Teil mit der Güte alternativer Modelle verglichen. Es werden ein Random Walk, ein AR(1)-Modell sowie unterschiedliche Spezifikationen eines dynamischen BOX-JENKINS-Ansatzes (ARIMA-Modell), einer klassischen Renditeregression (Mehrfaktorenmodell) sowie eines VAR-Modells geschätzt. Prognostiziert wird die Rendite eines gleichgewichteten Portfolios bestehend aus zehn DAX-Titeln; als „erklärende“ Variablen stehen 31 fundamentale Variablen (Makro- und Unternehmensdaten) zur Verfügung; insgesamt entstehen 28 konkrete Spezifikationen, so dass bei den Benchmarkmodellen die Gefahr des Einflusses der Modellunsicherheit auf die Prognosegüte begrenzt ist. Im Zeitraum von 1992:02 bis 2005:01 werden 59 gleitende Fenster mit einer Länge von jeweils 90 Monaten geschätzt,⁵ auf deren Basis 1- bis 15-Monats-Prognose (out-of-sample) erstellt werden. Relativ zu den anderen Modellen zeigen die BVAR-Modelle überlegene Ergebnisse. Absolut betrachtet sind die Prognosen jedoch nicht signifikant von einem naiven No-Change-Ansatz (d. h. ein Random Walk für den Prozess des Aktienkurses) zu unterscheiden. Werden an Stelle der Makrovariablen die Renditen der zehn Aktien direkt in das Modell aufgenommen, um die Kreuzkorrelationseffekte abzubilden, so führt dies zu einer deutlichen Verbesserung der Ergebnisse. Die Prognosen sind insbesondere über längere Horizonte gemessen am MSE einer naiven No-Change-Prognose ökonomisch signifikant überlegen. Mit diesem Modell scheint eine erfolgreiche Prognose von Aktienrenditen bis zu einem gewissen Grad möglich zu sein.

Als Ausblick werden zur weiteren Verbesserung der Prognosegüte des BVAR-Modells asymmetrische Gewichtsmatrizen der Prior-Spezifikation vorgeschlagen. Dadurch werden unterschiedlich starke Interdependenzen verschiedener Aktien in Abhängigkeit der Branche bzw. Unternehmensgröße explizit modelliert. Auch ist eine Darstellung als Zustandsraummodell denkbar, um die wichtige Rolle der unbeobachtbaren variablen erwarteten Renditen stärker herauszustellen. Dahingehende weitere Forschung erscheint angebracht.

⁵ Die Wahl von kürzeren Fenstern mit einer Länge von 60 Monaten hat keinen Einfluss auf die Ergebnisse.